



# 专题 3 复合场

## 模型 1 ▶ 带电粒子在组合场中的运动

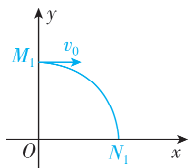
### 考点 1 电场+直线边界磁场

1. (1)  $\frac{mv_0}{qL}$  (2) 若电场沿  $-y$  方向,  $0 < E < \frac{mv_0^2}{2qL}$ ; 若电场沿  $+y$  方向,  $E$  取大于零的任意值 (3)  $y = -L$ , 交点位置与电场方向无关

#### 试题解构

- a. 受力及运动分析: 第(1)问, 只有磁场时, 粒子在洛伦兹力作用下做匀速圆周运动. 第(2)问, 在第二象限加上电场, 粒子在电场中受电场力作用做类平抛运动.
- b. 临界分析: 第(2)问, 要保证粒子穿出电场后能进入第一象限, 若粒子向  $y$  轴负方向偏转, 那么粒子在  $y$  轴方向上的位移需要小于  $L$ ; 若粒子向  $y$  轴正方向偏转, 则一定可以进入第一象限.

【解析】(1) 粒子由  $M_1$  点进入磁场, 从  $N_1$  点离开磁场, 如图甲所示,



甲

设粒子在磁场中做圆周运动的半径为  $r_0$ , 根据洛伦兹力提供

向心力有  $qv_0B = m \frac{v_0^2}{r_0}$ , ..... 1 分

由几何关系有  $r_0 = L$ , 解得  $B = \frac{mv_0}{qL}$ . ..... 1 分

(2) 设粒子在电场中运动的时间为  $t$ , 加速度大小为  $a$ ,  $+x$  方向有  $v_0t = 2L$ , ..... 1 分

若电场沿  $-y$  方向, 有  $qE = ma$ , ..... 1 分

粒子恰好通过  $O$  点, 有  $L = \frac{1}{2}at^2$ , ..... 1 分

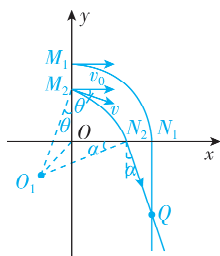
解得  $E = \frac{mv_0^2}{2qL}$ , ..... 1 分

所以  $0 < E < \frac{mv_0^2}{2qL}$ , ..... 1 分

若电场沿  $+y$  方向,  $E$  取大于零的任意值. .... 1 分

(3) 设电场沿  $-y$  方向, 粒子经电场偏转后从  $M_2$  点进入磁场, 速度大小为  $v$ , 与  $+x$  轴方向夹角为  $\theta$ , 从  $N_2$  点离开磁

场,速度与 $-y$ 方向夹角为 $\alpha$ ,与未加电场时粒子运动轨迹交于 $Q$ 点,如图乙所示,



乙

粒子在电场中 $y$ 方向的偏移量为 $\Delta y = \frac{1}{2}v_0 \tan \theta \cdot t$ , ... 1分

设粒子在磁场中做圆周运动的半径为 $r$ ,圆心为 $O_1(x_1, y_1)$ ,由

洛伦兹力提供向心力可得 $qvB = m \frac{v^2}{r}$ ,  $v \cos \theta = v_0$ , ..... 1分

横坐标 $x_1 = -r \sin \theta$ ,纵坐标 $y_1 = -(r \cos \theta + \Delta y - L)$ ,联立可得

$x_1 = y_1 = -L \tan \theta$ ,即线段 $OO_1$ 与 $x$ 、 $y$ 轴的夹角相等,均等于

$45^\circ$ ,在 $\triangle O_1OM_2$ 与 $\triangle O_1ON_2$ 中,由正弦定理可得 $\frac{\sin 135^\circ}{r} =$

$\frac{\sin \theta}{OO_1}$ ,  $\frac{\sin 135^\circ}{r} = \frac{\sin \alpha}{OO_1}$ , ..... 1分

解得 $\alpha = \theta$ ,由几何关系可得 $y = -\frac{\Delta y}{\tan \alpha} = -L$ , ..... 1分

若电场沿 $+y$ 方向,同理可得 $y = -L$ , ..... 1分

因此,在题设条件下交点位置与电场方向无关. .... 1分

2. (1) 正电  $\frac{\pi m}{Bt_0}$  (2)  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi U_0 t_0}{2B}}$   $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\pi U_0}{6Bt_0}}$
- (3)  $(\pi^2 + 16) \frac{\pi m U_0}{48Bt_0}$

### 试题解析

a. 审读题干:由题干可知,粒子第一次在左侧电场、金属板间电场和磁场中运动时间均为 $t_0$ ,均等于交变电压的一个周期;粒子在磁场中运动半周,则粒子在磁场中匀速圆周运动的周期等于交变电压周期的二倍.

b. 运动过程分析:粒子在金属板左侧的匀强电场中做初速度为零的匀加速直线运动,进入两金属板间后在两金属板间先做类平抛运动,再做类斜上抛运动,由于对称特点,粒子出金属板间的速度恰好水平向右,在磁场中匀速圆周运动半个周期后再次水平向左进入金属板间,出金属板间的速度水平向左,在左侧电场中反向后再次进入金属板间.

【解析】(1)由题图甲知带电粒子在磁场中顺时针运动,由左手定则可知该粒子带正电,由题意可知该粒子在 $2t_0$ 时刻进入磁场,在 $3t_0$ 时刻离开磁场,在磁场中运动半周,则有 $T = 2t_0$ ,



1 分

$$\text{又 } T = \frac{2\pi m}{qB}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{可得 } q = \frac{\pi m}{Bt_0}. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 带电粒子在金属板间运动, 在平行于金属板的方向做匀速运动, 有  $L = \frac{\pi}{3}D = vt_0$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

粒子在垂直于金属板的方向, 先做初速度为零的匀加速运动, 后做匀减速运动直至速度减为零, 有

$$y = \frac{1}{2}a\left(\frac{t_0}{2}\right)^2 \times 2, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{根据牛顿第二定律, 有 } a = \frac{qE}{m}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } E = \frac{U_0}{D}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

带电粒子在磁场中做匀速圆周运动, 洛伦兹力提供向心力, 带电粒子在磁场中运动的速度大小为  $v$ , 有

$$qvB = m \frac{v^2}{r}, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{由题意可知 } y = 2r, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

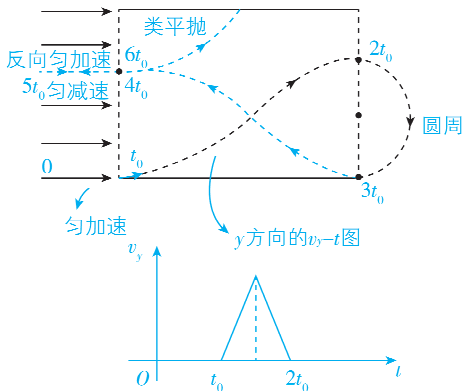
$$\text{解得 } D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\pi U_0 t_0}{2B}}, v = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\pi U_0}{6Bt_0}}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(3) 分析带电粒子接下来的运动情况, 根据前述分析可计算出带电粒子在磁场中运动的轨迹半径  $r = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{3\pi U_0 t_0}{2B}}$ ,

$$\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{易得 } D = 3r = \frac{3}{2}y, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

带电粒子的运动情况如图所示,



带电粒子自  $t = 0$  时刻开始, 全过程只有电场力对该粒子做功, 对该粒子由动能定理有

$$W = \frac{1}{2}mv_t^2 - 0, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{其中 } v_t^2 = v^2 + v_y^2,$$

$$v_y = a \frac{t_0}{2},$$

$$\text{联立解得 } W = (\pi^2 + 16) \frac{\pi m U_0}{48 B t_0}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



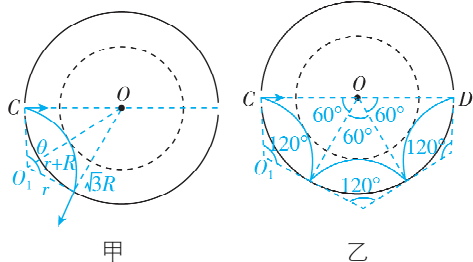
## 考点2 电场+其他边界磁场

3. (1)  $\sqrt{\frac{2qU}{m}}$  (2)  $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$  (3)  $\pi R\sqrt{\frac{2m}{qU}}$

### 试题解构

a. 审读题干: 由题干粒子“恰好不进入安全区”可知, 粒子的运动轨迹与安全区边界相切; 由题干“粒子每次与绝缘薄板碰撞后均以原速率反弹”可知, 粒子几次碰撞后运动情况具有周期性规律.

b. 运动分析: 粒子由  $C$  点射入磁场, 速度方向指向圆心  $O$  点, 做匀速圆周运动, 运动轨迹如图甲所示; 粒子与绝缘薄板碰撞两次后从  $D$  孔处射出危险区, 运动轨迹如图乙所示.



**【解析】**(1) 粒子从  $A$  点运动到  $C$  点, 根据动能定理有

$$qU = \frac{1}{2}mv^2, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 设带电粒子在磁场中运动的轨迹半径为  $r$ , 由几何关系有  $(\sqrt{3}R)^2 + r^2 = (r+R)^2$ , 解得  $r=R$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

由洛伦兹力提供向心力有  $qvB = m\frac{v^2}{r}$ ,  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\text{解得 } B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{q}}. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 设粒子在磁场中的运动轨迹所对应的圆心角为  $\theta$ , 由几何关系有  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{3}R}{r}$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{解得 } \theta = \frac{2\pi}{3}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

由几何关系可知, 粒子在危险区运动时与绝缘薄板发生两次碰撞后从  $D$  孔射出危险区, 粒子在磁场中运动的周期为

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

粒子从  $C$  点到第一次与绝缘薄板碰撞所需时间为  $t_1 = \frac{T}{3}$ ,

$$\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

粒子从进入危险区到离开危险区所需的时间为

$$t = 3t_1 = \pi R\sqrt{\frac{2m}{qU}}. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

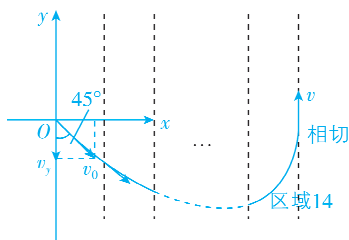


4. (1)  $\frac{\sqrt{2}v_0}{2B_0R}$  (2)  $\frac{\sqrt{2}B_0Rv_0}{2E}$  (3)  $\frac{5\sqrt{2}E}{7v_0}$  (4) 在区域 4 速度第一次变为竖直方向

### 试题解构

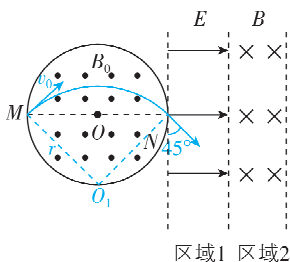
a. 审读题干: 由题干“方向与左边界夹角为  $45^\circ$  斜向下”可知, 粒子进入圆形磁场时的速度方向为斜向右上  $45^\circ$ , 分析可知粒子带正电, 在圆形磁场中运动  $\frac{1}{4}$  周期.

b. 运动过程分析: 粒子在圆形磁场中做匀速圆周运动, 从  $N$  点进入匀强电场, 在电场中做类斜抛运动, 在磁场中做匀速圆周运动, 在电场和磁场中速度方向不断改变, 每次进入电场区域时与  $y$  轴负方向的夹角由  $45^\circ$  逐渐增大, 如图所示, 直到在区域 14 的右边界, 速度方向变为沿  $y$  轴向上, 不能进入下一个电场区域.



c. 能量分析: 粒子在电场中偏转, 电场力做正功, 动能增加, 在磁场中偏转, 洛伦兹力不做功, 速度方向改变, 从区域 1 到区域 14, 只有电场力做功, 可全过程列动能定理.

**【解析】**(1) 带电粒子在圆形磁场区域做匀速圆周运动, 设其轨迹半径为  $r$ , 带电粒子的运动轨迹如图所示,



由几何关系得  $r = 2R \sin 45^\circ = \sqrt{2}R$ , ..... 1 分

由洛伦兹力提供圆周运动的向心力, 有  $qv_0B_0 = \frac{mv_0^2}{r}$ , ... 2 分

两式联立, 解得带电粒子的比荷  $\frac{q}{m} = \frac{\sqrt{2}v_0}{2B_0R}$ . ..... 1 分

(2) 设带电粒子进入区域 2 时的速度为  $v_1$ , 因粒子在区域 1 运动时竖直方向速度大小不变, 故  $v_1 \cos 60^\circ = v_0 \cos 45^\circ$ ,

..... 1 分

根据动能定理有  $qEd = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ , ..... 2 分

解得每个区域的宽度  $d = \frac{\sqrt{2}B_0Rv_0}{2E}$ . ..... 1 分

(3) 设在区域 14 右边界, 粒子速度大小为  $v$ , 方向沿右边界向

上,带电粒子由区域 1 到区域 14,根据动能定理有

$$qE \times 7d = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

竖直方向,根据动量定理有  $\sum qv_x B \Delta t = mv - m \cdot (-v_0 \cos 45^\circ)$ ,  
 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

其中  $\sum v_x \Delta t = 7d$ , 联立解得  $B = \frac{5\sqrt{2}E}{7v_0}$ .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(4) 由题意分析可知,粒子一定在磁场中速度第一次变为竖直方向,设经过  $k$  次加速和在磁场中沿水平方向运动  $fd$  后 ( $k$  为正整数,  $f \leq k$ ), 速度第一次变为竖直方向, 大小为  $v_k$ , 由动能定理有  $(1+2+3+\dots+k) qEd = \frac{1}{2}mv_k^2$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

竖直方向,根据动量定理有  $q \cdot \frac{7}{4}Bfd = mv_k$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

则  $f = \frac{4\sqrt{k(k+1)}}{5}$ ,

解得  $k \geq \frac{16}{9}$ , 取  $k=2$ , 故在区域 4 速度第一次变为竖直方向.

$\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

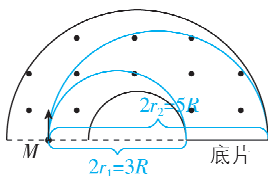
### 考点 3 现代科技的应用

5. (1)  $\sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$  (2)  $\frac{9qR^2 B^2}{8m} \leq U \leq \frac{25qR^2 B^2}{8m}$  (3)  $\frac{2\pi m}{3qB}$

#### 试题解构

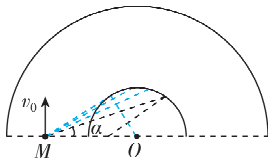
a. 受力及运动分析: 粒子在加速器中受到电场力, 做加速运动, 可以根据动能定理计算进入磁场的速度; 粒子在磁场中受洛伦兹力, 做匀速圆周运动.

b. 临界分析: 第(2)问, 加速电压越大, 则进入磁场的速度越大, 偏转半径也越大, 恰好能打在底片上的两个临界轨迹如图甲所示.



甲

第(3)问, 连接粒子在磁场区运动的初位置与内圆边界的任意点, 与  $MO$  夹角为  $\alpha$ , 如图乙所示, 由几何关系可知, 粒子在磁场中做圆周运动轨迹圆弧所对的圆心角为  $2\pi - 2\alpha$ ,  $\alpha$  越大, 则圆心角越小,  $\alpha$  最大时, 即粒子在磁场区运动的初末位置连线与内圆恰好相切, 此时圆心角最小, 运动时间最短.



乙



【解析】(1) 粒子在加速器中根据动能定理有  $qU_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ ,

..... 1 分

解得  $v_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$ . .... 1 分

(2) 设粒子进入磁场中的速度大小为  $v$ , 在电场中, 根据动能

定理有  $qU = \frac{1}{2}mv^2$ ,

在磁场中, 洛伦兹力提供向心力, 则有  $qvB = \frac{mv^2}{r}$ , ..... 1 分

联立解得  $r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$ ,

为了使粒子源释放的粒子都能打在底片上, 根据几何关

系, 可知打在底片最左端时, 圆周运动半径最小, 为  $r_1 = \frac{3R}{2}$ ,

..... 1 分

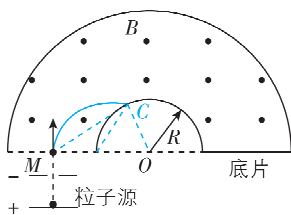
打在底片最右端时, 圆周运动半径最大, 为  $r_2 = \frac{5R}{2}$ , ..... 1 分

又  $r_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_{\min}}{q}}$ ,  $r_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_{\max}}{q}}$ ,

解得  $U_{\min} = \frac{9qR^2B^2}{8m}$ ,  $U_{\max} = \frac{25qR^2B^2}{8m}$ , ..... 1 分

加速电压  $U$  的调节范围为  $\frac{9qR^2B^2}{8m} \leq U \leq \frac{25qR^2B^2}{8m}$ . .... 1 分

(3) 粒子打在内圆上, 轨迹与内圆交于  $C$  点, 如图,



当  $MC \perp CO$  时, 圆弧  $MC$  对应的圆心角  $\theta$  最小, 粒子在磁场

中运动用时最短, 根据几何关系可知, 最小圆心角  $\theta =$

$\frac{2}{3}\pi$ ,  $r_3 = R$ , ..... 1 分

根据洛伦兹力提供向心力, 则有  $qv_1B = \frac{mv_1^2}{r_3}$ , ..... 1 分

又  $T_1 = \frac{2\pi r_3}{v_1}$ , ..... 1 分

运动的时间为  $t = \frac{\theta}{2\pi}T_1$ , ..... 1 分

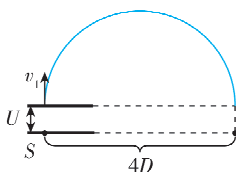
联立解得  $t = \frac{2\pi m}{3qB}$ . .... 1 分

6. (1)  $\frac{1}{2D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$  (2)  $49qU$  (3)  $\frac{2+\sqrt{k+1}}{2D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$  (其中  $35 < k <$

99, 且  $k$  取整数)

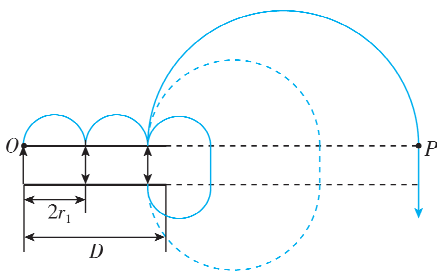
## 试题解构

第(1)问: 根据  $r = \frac{mv}{qB}$  并结合题意可知当  $r$  取最大值时,  $B$  取最小值, 轨迹如图甲所示, 易知  $r_{\max} = 2D$ .



甲

第(2)问: 当  $B_1 = \frac{9}{2D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$  时,  $r_1 = \frac{mv_1}{qB_1} = \frac{2}{9}D$ , 运动轨迹如图乙所示.



乙

第(3)问: 当  $\frac{4}{D}\sqrt{\frac{2mU}{q}} < B < \frac{6}{D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$  时,  $\frac{D}{6} < R < \frac{D}{4}$ , 先分析离子在两板间的运动过程, 再分析离子出板后的运动过程, 根据几何关系求从  $P$  射出需满足的条件.

**【解析】**(1) 设离子在电场中加速一次从  $O$  点射入磁场时的

速率为  $v_1$ , 有  $qU = \frac{1}{2}mv_1^2$ , ..... 1 分

解得  $v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ , ..... 1 分

若离子从  $O$  点射出后只运动半个圆周就从孔  $P$  射出, 轨迹半径有最大值  $r_{\max} = 2D$ , ..... 1 分

由  $qv_1B_{\min} = \frac{mv_1^2}{r_{\max}}$ , ..... 1 分

解得  $B_{\min} = \frac{1}{2D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$ . ..... 1 分

(2) 调节磁感应强度大小为  $B_1 = \frac{9}{2D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$ ,

根据  $\frac{mv_1^2}{r_1} = qv_1B_1$ , 可得  $r_1 = \frac{2}{9}D$ , ..... 1 分

离子在磁场中偏转后再次进入电场减速, 至下极板时速度为零, 然后反向加速, 离子运动的轨迹如图乙所示,

则在距离  $O$  点的水平距离为  $4r_1 = \frac{8}{9}D$  处, 离子离开电场经磁场偏转再在电场加速后会再次回到该点, 多次重复此过程直至最后从  $P$  点离开磁场, ..... 1 分



则由几何关系可知,最后一次在磁场中运动的半径

$$r_n = \frac{1}{2} \left( 4D - \frac{8}{9}D \right) = \frac{14}{9}D, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

根据  $r_n = \frac{mv_n}{qB_1}$  可得离子从孔  $P$  出磁场时的速度  $v_n = \frac{B_1 q r_n}{m}$ ,

$\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

则离子从孔  $P$  射出时的动能  $E_{kn} = \frac{1}{2}mv_n^2$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

联立解得  $E_{kn} = 49qU$ .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(3) 若将磁感应强度在  $\left( \frac{4}{D}\sqrt{\frac{2mU}{q}}, \frac{6}{D}\sqrt{\frac{2mU}{q}} \right)$  范围内调

节,设离子未绕开极板时的圆周运动轨迹半径为  $R$ ,根据

$$qU = \frac{1}{2}mv^2, qvB = m \frac{v^2}{R},$$

可得  $R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}, \frac{D}{6} < R < \frac{D}{4}$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

离子在上半部分经三次偏转(每次半个圆周)才可以绕开极板,然后不断经过极板被加速,设离子绕过两极板右端后加速次数为  $k$ ,

$$\text{由 } (k+1)qU = \frac{1}{2}mv'^2, qv'B = m \frac{v'^2}{r},$$

可得此时离子运动半径  $r = R\sqrt{k+1}$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

离子从孔  $P$  射出时满足  $4R + 2R\sqrt{k+1} = 4D$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

解得  $R = \frac{2D}{2 + \sqrt{k+1}}$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

又因为  $\frac{D}{6} < R < \frac{D}{4}$ , 可知  $35 < k < 99$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

再根据  $qvB = m \frac{v^2}{R}$ , 可得  $B = \frac{2 + \sqrt{k+1}}{2D} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$  (其中  $35 < k <$

$99$ , 且  $k$  取整数).  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

## 模型 2 ▶ 带电粒子(带电体)在叠加场中的运动

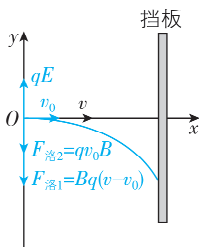
7. (1)  $\frac{E}{B}$  (2) (i) 大小为  $\sqrt{2} \frac{E}{B}$ , 方向与  $x$  轴正方向夹角  $45^\circ$  斜

向右下 (ii)  $\left( \frac{mE}{B^2 q} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right), -\frac{mE}{B^2 q} \right)$

### 试题解构

a. 受力分析: 第(1)问, 离子在叠加场中沿直线运动, 则电场力与洛伦兹力平衡, 使离子不发生偏转. 第(2)问, 离子速度改变之后, 所受合力不为零.

b. 运动分析: 第(1)问, 离子做匀速直线运动. 第(2)问, 离子不再受力平衡, 需要利用配速法将运动分解为匀速直线运动与匀速圆周运动, 如图所示, 将  $v$  分解出一个  $v_0$ , 使其对应的洛伦兹力与电场力平衡, 则在  $v_0$  方向上离子做匀速直线运动, 另一个分运动是以  $v-v_0$  做匀速圆周运动.





【解析】(1) 若离子沿直线运动, 则有电场力大小等于洛伦兹力大小, 有  $Eq = Bqv_0$ , ..... 1 分

可得  $v_0 = \frac{E}{B}$ . ..... 1 分

(2) 将  $v$  分解为同向的  $v_0 = \frac{E}{B}$  和  $v - v_0 = \frac{E}{B}$ , ..... 1 分

则离子的运动可看成沿  $x$  轴正方向速度大小为  $v_0 = \frac{E}{B}$  的匀

速直线运动和速度大小为  $v - v_0 = \frac{E}{B}$  的匀速圆周运动, 设匀速

圆周运动半径为  $R$ , 此分运动有  $Bq(v - v_0) = \frac{m(v - v_0)^2}{R}$ ,

解得  $R = \frac{mE}{B^2q}$ , ..... 2 分

其运动周期为  $T = \frac{2\pi R}{v - v_0}$ , 解得  $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ , ..... 1 分

在叠加场内运动时间  $t = \frac{\pi m}{2Bq}$ , 可知  $t = \frac{T}{4}$ .

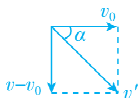
(i) 根据左手定则, 离子向下偏转, 经过时间  $t = \frac{T}{4}$ , 可知离子

做匀速圆周运动时的速度偏转角度  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , 设打在挡板上的

速度为  $v'$ , 速度方向与  $x$  轴正方向夹角为  $\alpha$ , 如图所示, 则

$\tan \alpha = \frac{v - v_0}{v_0} = 1$ , 解得  $\alpha = 45^\circ$ , 速度大小为  $v' = \sqrt{v_0^2 + (v - v_0)^2} =$

$\sqrt{2} \frac{E}{B}$ , 方向与  $x$  轴正方向夹角  $45^\circ$  斜向右下. .... 2 分



(ii) 设打在挡板上的位置坐标为  $(x_0, y_0)$ ,  $x$  轴方向位移为匀

速直线运动与圆周运动的叠加,  $y$  轴方向为圆周运动的位

移, 由  $t = \frac{T}{4}$  及离子向右下偏转可知,  $x_0 = v_0 t + R$ ,  $|y_0| = R$ ,

..... 2 分

解得  $x_0 = \frac{E}{B} \cdot \frac{\pi m}{2Bq} + \frac{mE}{B^2q} = \frac{mE}{B^2q} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right)$ , ..... 1 分

$y_0 = -R$ , 解得  $y_0 = -\frac{mE}{B^2q}$ , ..... 1 分

位置坐标为  $\left( \frac{mE}{B^2q} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right), -\frac{mE}{B^2q} \right)$ . ..... 1 分

8. (1)  $\frac{2mv}{5qB}$  (2)  $\left( \frac{37\pi}{60} + \frac{12}{25} \right) \left( \frac{mv}{Bq} \right)^2$  (3)  $\frac{vB}{3}$

### 试题解构

a. 审读题干: 由题中“在  $xOy$  平面内  $y$  轴两侧各为  $\theta = 37^\circ$  的范围内发射速度大小为  $v$ 、电荷量为  $q$ 、质量为  $m$  的粒子”可知, 粒子轨迹半径相同, 圆心不同, 但是分布在一个到粒子源距离相等的圆上, 属于旋转圆模型. 由“速度沿  $y$  轴方向发射的粒子刚好垂直打在收集板的最右端, 且所有粒子均能打到收集板上”可知,  $O$  到收集板右端为粒子直径.

b. 受力分析: 粒子在  $x$  轴上方只受洛伦兹力, 在  $x$  轴下方受洛伦兹力和电场力作用.

c. 运动分析: 粒子在  $x$  轴上方做匀速圆周运动, 将粒子在  $x$  轴下方的运动分解为匀速圆周运动和匀速直线运动.

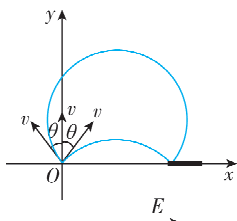
【解析】(1) 粒子在  $x$  轴上方磁场中做匀速圆周运动，

洛伦兹力提供向心力有  $qvB = m \frac{v^2}{R}$ ， ..... 1 分

解得半径  $R = \frac{mv}{qB}$ ，沿  $y$  轴正方向发射的粒子，轨迹为半圆，垂直打在收集板最右端，

落点横坐标为  $x_1 = 2R = \frac{2mv}{qB}$ ， ..... 1 分

根据旋转圆的规律及题意可知与  $y$  轴正方向成  $\theta = 37^\circ$  斜向左上或右上发射的粒子，均打在收集板最左端，如图甲所示，



甲

落点横坐标为  $x_2 = 2R \cos 37^\circ = \frac{8mv}{5qB}$ ， ..... 1 分

收集板最小长度  $L = x_1 - x_2$ ， ..... 1 分

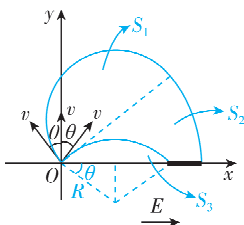
解得  $L = \frac{2mv}{5qB}$ 。 ..... 1 分

(2) 作出粒子速度方向沿左侧与  $y$  轴成  $37^\circ$  时的轨迹，将该轨迹顺时针旋转直到与沿右侧与  $y$  轴成  $37^\circ$  时射出的粒子轨迹重合，此时在  $x$  轴上方扫过的面积最小，如图乙所示，图中半

圆面积  $S_1 = \frac{1}{2} \pi R^2$ ， ..... 1 分

大扇形面积  $S_2 = \frac{37^\circ}{360^\circ} \pi (2R)^2$ ， ..... 1 分

弓形面积  $S_3 = \frac{106^\circ}{360^\circ} \pi R^2 - R \sin 37^\circ \cdot R \cos 37^\circ$ ， ..... 1 分



乙

磁场的最小面积  $S = S_1 + S_2 - S_3 = \frac{37}{60} \pi R^2 + \frac{12}{25} R^2 =$

$\left( \frac{37\pi}{60} + \frac{12}{25} \right) \left( \frac{mv}{Bq} \right)^2$ 。 ..... 1 分

(3) 粒子从  $(2R, 0)$  处进入  $x$  轴下方，初速度沿  $y$  轴负方向，大小为  $v$ ，将粒子运动看作沿  $y$  轴向下的匀速直线运动和匀速圆周运动的合运动，速度  $v$  分解为沿  $y$  轴匀速运动的  $v_{\text{匀}}$  和做圆周运动的  $v_{\text{圆}}$ ，所以有  $v = v_{\text{匀}} + v_{\text{圆}}$ ， ..... 1 分

由上述分析，有  $qv_{\text{匀}} B = qE$ ， ..... 1 分

设粒子做圆周运动转过的角度为  $\alpha$ ，则有  $\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{2\pi}$ ，  $T = \frac{2\pi r}{v_{\text{圆}}}$ ，

$qv_{\text{圆}} B = m \frac{v_{\text{圆}}^2}{r}$ ， ..... 1 分

整理有  $t = \frac{\alpha m}{qB}$ ，

由题意可知  $t = \frac{4\pi m}{3Bq}$ , 解得  $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ , ..... 1 分

当粒子速度方向与  $x$  轴平行时有  $v_{\text{匀}} = v_{\text{圆}} \cos 60^\circ$ , ..... 1 分

解得  $v_{\text{匀}} = \frac{v}{3}$ , ..... 1 分

联立解得匀强电场电场强度的大小为  $E = \frac{vB}{3}$ . ..... 1 分

9. (1) 大小为 2 m/s, 方向与  $x$  轴正方向夹角  $60^\circ$  斜向右上

(2) 0.25 N/C 0.2 m (3) 见解析

### 试题解构

当重力、电场力、洛伦兹力叠加时:

受力和运动分析: 小球在  $y$  轴左侧受到电场力、重力、洛伦兹力做匀速直线运动, 故受力平衡, 如图 1 所示, 根据平衡方程可求解速度大小, 设速度方向与  $x$  轴正方向夹角为  $\theta$ , 由几何关系及左手定则判断速度方向.

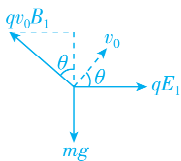


图 1

当重力、电场力叠加时:

受力和运动分析: 小球受重力和未知方向的电场力, 但  $O$ 、 $P$  两点速度大小相等, 根据等效重力场可知,  $OP$  连线与等效重力的方向垂直, 根据对称性可知初速度方向与  $OP$  的夹角和末速度方向与  $OP$  的夹角相等, 设为  $\alpha$ , 如图 2 所示, 根据几何关系可得  $\alpha = \frac{\theta}{2} = 30^\circ$ , 由矢量三角形可知电场力的最小值为  $mg \sin 30^\circ$ , 由几何关系可计算  $P$  点坐标.

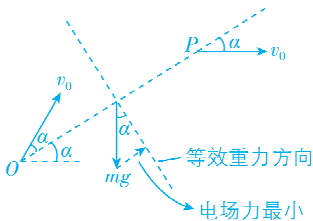


图 2

当重力、洛伦兹力叠加时:

受力和运动分析: 小球在重力和洛伦兹力的共同作用下运动, 将速度分解为一个沿  $x$  轴正方向的速度, 使该洛伦兹力分力与重力等大反向, 则可以将小球的运动分解为一个水平方向的匀速直线运动和一个匀速圆周运动, 再结合小球水平方向和竖直方向的位移计算是否存在满足条件的  $B_2$  的值.

**【解析】**(1) 小球在  $y$  轴左侧运动时, 受电场力、重力、洛伦兹力, 依题意可得电场力大小为  $F_{\text{电}} = qE_1 = \sqrt{3}mg$ , ..... 1 分

由平衡条件有  $qv_0B_1 = \sqrt{(mg)^2 + (qE_1)^2}$ , ..... 1 分

代入得  $v_0 = 2 \text{ m/s}$ , ..... 1 分

设速度方向与  $x$  轴正方向夹角为  $\theta$ , 则  $\tan \theta = \frac{F_{\text{电}}}{mg} = \sqrt{3}$ ,  
..... 1 分

解得  $\theta = 60^\circ$ , 所以速度方向与  $x$  轴正方向夹角  $60^\circ$  斜向右上.

1 分

(2) 由题意及试题解构可知  $OP$  连线与等效重力场(重力和电场力的叠加场)的方向垂直,且  $OP$  与  $x$  轴正方向夹角为  $30^\circ$ ,由几何关系,合力与重力的夹角为  $30^\circ$ ,电场强度最小时,电场力垂直于合力方向,故有  $qE_2 = mg \sin 30^\circ$ , ..... 1 分  
代入数值解得  $E_2 = 0.25 \text{ N/C}$ , ..... 1 分

重力和电场力的合力大小为  $F = mg \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$ , ... 1 分

则加速度大小为  $a = \frac{F}{m} = \frac{\sqrt{3}}{2} g$ , ..... 1 分

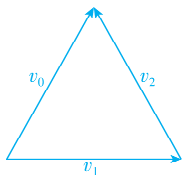
$P$  点竖直坐标  $y_P = \frac{(v_0 \cos 30^\circ)^2}{2a \cos 30^\circ}$ ,代入数值解得  $y_P = 0.2 \text{ m}$ .

1 分

(3) 假设小球可以到达  $P$  点,由动能定理得

$-mgy_P = \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ , ..... 1 分

解得  $v_P = 0$ ,对小球的运动,可分解为以大小为  $v_1$  的分速度水平向右的匀速直线运动,以大小为  $v_2$  的分速度进行的匀速圆周运动. 由于在  $P$  点速度为  $0$ ,则两个分速度大小必须相等,根据  $v_0$  的方向,可得  $v_0$ 、 $v_1$ 、 $v_2$  构成等边三角形,如图所示,



根据  $B_2 v_1 q = mg$ ,  $v_0 = v_1 = v_2$ , ..... 1 分

解得  $B_2 = 0.25 \text{ T}$ , ..... 1 分

洛伦兹力提供向心力  $B_2 v_2 q = m \frac{v_2^2}{r}$ ,

解得  $r = 0.4 \text{ m}$ ,

设小球第一次运动到纵坐标为  $y_P$  时,经历的时间为  $t_0$ ,由几何知识可知,速度大小为  $v_2$  的匀速圆周运动的轨迹所对圆心角为  $60^\circ$ ,所以  $t_0 = \frac{1}{6} T$ , ..... 1 分

结合圆周运动的周期  $T = \frac{2\pi r}{v_2} = \frac{2\pi m}{qB_2} = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$ , ..... 1 分

求得该过程小球在水平方向的位移  $x_0 = v_1 t_0 - r \sin 60^\circ$ ,解得

$x_0 = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{15} \text{ m}$ , ..... 1 分

由上述分析可知,小球的运动为周期性的摆线运动,水平向右以  $v_1$  做匀速直线分运动,以速度大小  $v_2$  做匀速圆周分运动,且  $v_1 = v_2 = 2 \text{ m/s}$ ,且每经过一个周期  $T$ ,小球会运动到与  $P$  点等高的地方,则此时小球的横坐标为  $x_n = x_0 + v_1 \cdot nT$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ),

1 分

代入得  $x_n = \left( \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{15} + \frac{4n\pi}{5} \right) \text{ m}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ),由(2)问可知,

$P$  点的横坐标  $x_P = \frac{y_P}{\tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ m}$ ,  $x_n = x_P$  时  $n$  无整数解,故不能到达  $P$  点,

即不存在符合条件的  $B_2$  的值. .... 1 分